確率的 Eight Vertex 模型の「弱い普遍性」

東大・理　池田　博

Baxter の Eight Vertex 模型[1)]の注目すべき点は普遍性が破れていること，すなわち臨界指数が系のエネルギー・パラメーター λ の連続関数になっていることである。しかし，「弱い普遍性」[2)] は満たされているようである。Suzuki[2)]によって提案された「弱い普遍性」の要点は，相関距離の臨界指数 ν で割った任意の指数は普遍であるという事である。

ここでは Eight Vertex 系の確率的模型を作り，動的現象における弱い普遍性の有効性をチェックしてみる。

まず Eight Vertex 模型に等価な正方格子上の Ising 模型

$$\beta H = -K \sum_{j,k} (\sigma_{j+1,k}\sigma_{j,k} + \sigma_{j,k+1}\sigma_{j+1,k}) - \lambda \sum_{j,k} \sigma_{j,k}\sigma_{j+1,k}\sigma_{j,k+1}\sigma_{j+1,k+1}$$

から出発する。動力学的 Ising 模型[3)] と同様にして，このハミルトニアンより次のような確率的模型を作る。

$$\frac{d}{dt} p(\{\sigma\}, t) = -\sum_j W_j(\sigma_j) p(\{\sigma\}, t) + \sum_j W_j(-\sigma_j) p(\{-\sigma_j\}, t),$$

$$W_j(\sigma_j) = \frac{1}{2}(1 - \sigma_j \tanh E_j),$$

ここで σ_j に作用する場 E_j は

$$E_j = K \sum_{n,n,n} \sigma + \lambda \sum_{f.s.t} \sigma_1\sigma_2\sigma_3$$

で与えられる。（最初の和は第2近接スピン，次の和は4体力からくるスピン）。文献 3）と同様に高温展開が定義できるが，ここでは簡単のために，λ の1次までの範囲で高温展開する。例として，非線形応答に関する臨界減速を特徴づける非線形緩和関数

$$\tau_\lambda^{(n,1)} = \int_0^\infty dt M(t)/M(0) \sim (T - T_c)^{-\Delta_\lambda^{(n,1)}}$$

の指数 $\Delta_\lambda^{(n,1)}$ を評価する（$M(t)$は時刻 t のオーダー・パラメーターの平均値）。$\Delta_\lambda^{(n,1)} = \Delta_0^{(n,1)}(1 - q\lambda)$ の形で，数項の展開級数より ratio 法で q を計算する。数項の計算から確定的な数値を決めるのは良くないが，[4)] 結果は $q \sim 1$ となって，$\nu = 1 - \frac{\pi}{4}\lambda\ \left(\frac{\pi}{4} \sim 1\right)$

と比べて，オーダーとしては弱い普遍性と矛盾しない（$\Delta_\lambda^{(n,1)}/\nu \simeq \Delta_0^{(n,1)}$＝普遍）。より定量的な結果は，収束のよい線形緩和関数[3]を評価すると得られるであろう。

結論としては，動的現象でも弱い普編性が成立しているようである。これからの方向に関して次の点を示す。(i)繰り込み群によるアプローチ。一つの方法として連続体模型を作ることがある。Eight Vertex 系では普通のG－L系と違って，2つの場が必要になってくる。(ii)摂動論。[5] 臨界点で$M(t) \sim t^{-\omega}$（$\omega = \beta/\Delta^{(1)}$）なので，$\omega$が$\lambda$に依れば$\frac{\partial}{\partial\lambda}M(t) \sim -\frac{\partial\omega}{\partial\lambda}\ln t + \cdots$という形がでる。この場合 $\ln t$ の項が出ない事を示せば，$\frac{\partial\omega}{\partial\lambda} = 0$より$\beta/\Delta^{(1)} = \omega_0$，$\Delta^{(1)} = \beta/\omega_0 = \frac{\beta_0}{\omega_0}(1-\frac{\pi}{4}\lambda) = \Delta_0(1-\frac{\pi}{4}\lambda)$となって1次の範囲で弱い普編性が有効であることがわかる。しかし，非平衡での平均を問題にしなければならないので，証明は難しい。

参考文献

1) R. J. Baxter, Phys. Rev. Letters **26** (1971), 832.
2) M. Suzuki, 物性研究（前回の報告）
3) H. Yahata and M. Suzuki, J. Phys. Soc. Japan **27** (1969), 1421.
4) Z. Csépes and Z. Rácz, preprint (Eötvös Univ., Budapest)
5) L. P. Kadanoff and F. J. Wegner, Phys. Rev. **B4** (1971), 3989.

Phase Transitions in KDP and DKDP and in Two-Doublet Spin System

名大・工　中 野 藤 生

§1 序 論

本節は前おきである。スピン変数σ_i（±1，0の3つの値をとる）によって表されるi番格子点の各状態が$D(\sigma_i)$重に縮退しているとする。格子全体のハミルトニアンは

$$H = -J\sum_{(i,j)}\sigma_i\sigma_j \tag{1}$$